Betapa Tak Intuitifnya Probabilitas

Rezy Pradipta

19 January 2013

Konsep-konsep dasar yang menyangkut topik probabilitas (= kemungkinan, kesempatan) sudah diajarkan di sekolah dari tingkat SD, SMP, SMA, bahkan juga di perguruan tinggi. Akan tetapi, harus kita akui bahwa "probabilitas" adalah suatu hal yang *jauh* dari intuitif. Naluri, intuisi, dan otak manusia kelihatannya memang tidak tercipta secara optimal untuk mencerna "probabilitas dan statistika" dengan baik apalagi ketika kita sedang tergesa-gesa. Beberapa contoh umum yang menggambarkan kelemahan kognitif ini antara lain adalah:

Buta Statistik Bersumber dari intuisi, sejumlah persepsi yang berlawanan dengan data statistik sering timbul. Persepsi populer telah membuat cukup banyak dari kita lebih khawatir terhadap kecelakaan pesawat terbang di udara tapi tidak begitu khawatir terhadap kecelakaan mobil di jalan raya. Data statistik sangat berbeda: rata-rata korban meninggal dunia akibat kecelakaan pesawat terbang adalah 138 per tahun, untuk kereta api adalah 931 per tahun, dan untuk mobil adalah 36 676 per tahun (angka dikutip dari programa televisi *PBS NOVA*, tahun 2010).

Stereotype Manusia secara alamiah memiliki suatu kecenderungan untuk menyimpang dari prosedur logika formal dengan membuat *stereotype*. Ketika dihadapkan dengan situasi yang menuntut pemikiran deduktif: "berapa probabilitas A jika diketahui B?", yang cenderung kita berikan adalah jawaban dari "berapa probabilitas B jika diketahui A?" (penyelidikan terbalik). Jika diberikan informasi "*seseorang mahir memasak rendang*" lalu ditanyakan "*mana yang lebih besar kemungkinannya: (1) dia seorang perempuan atau (2) dia seorang perempuan Sumatera*?", maka intuisi banyak orang cenderung untuk menyimpulkan bahwa No.2 lebih besar probabilitasnya dari No.1. Padahal, kenyataannya adalah: No.2 lebih kecil probabilitasnya dari No.1, karena "*perempuan Sumatera*" adalah sub-himpunan dari "*perempuan*". Berdasarkan konsep logika formal, probabilitas X dan Y akan selalu lebih kecil dari (atau sama dengan) probabilitas X. N.B. *Pertanyaan ini tadi hanya meminta perbandingan dari pilihan (1) dan (2) saja.*

Berlanjut dari kedua contoh umum yang baru saja disebutkan di atas, kita akan bahas beberapa contoh lain yang sifatnya agak lebih teknis dan spesifik (tapi cukup sederhana). Seberapa tidak intuitifkah probabilitas bagi kita? Kapan naluri dan intuisi kita biasanya terjebak oleh tidak intuitifnya probabilitas? Bagaimana beragam permasalahan probabilistik semestinya ditangani? Kita bisa belajar dari contoh-contoh ini.

Kena Penyakit Lewat "Undian"

Meski hari ini sehat, esok hari kita bisa saja sakit. Ada aspek keacakan dalam hal siapa yang sakit dan kapan mereka sakit. Oleh karenanya, model yang melibatkan probabilitas cukup sering digunakan dalam ilmu kesehatan masyarakat. Sebagai permulaan, mari kita coba lihat persoalan berikut ini:

> *Misalkan pola penyakit demam berdarah dengue (DBD) itu murni probabilistik. Probabilitas bagi seseorang untuk terkena DBD katakanlah 2%. Kota A punya populasi penduduk sebanyak 1000 orang. Ada berapa orang di kota A persisnya yang terkena DBD?*

Kalau ini adalah babak rebutan pada acara Cerdas-Cermat di stasiun TVRI, maka dapat kita bayangkan salah satu regu yang bertanding akan dengan sigap membunyikan bel dan menjawab "20 orang!" ($= 2\% \times 1000$). Padahal itu adalah *jawaban yang salah.*

Jawaban yang benar adalah: *tidak pasti jumlah persisnya* (karena murni probabilistik). Soal seperti ini adalah pertanyaan jebakan yang cukup licik kalau diberikan di ujian sekolah. Lalu, sebenarnya pertanyaan macam apa yang akan punya jawaban konkret dalam konteks probabilitas? Dengan informasi dasar yang persis sama dengan soal yang kita sebutkan di atas tadi (resiko sakit 2% untuk tiap individu dan populasi 1000 orang di kota A), sejumlah pertanyaan yang transparan dan punya jawaban angka yang konkret misalnya adalah ...

Berapa probabilitas:

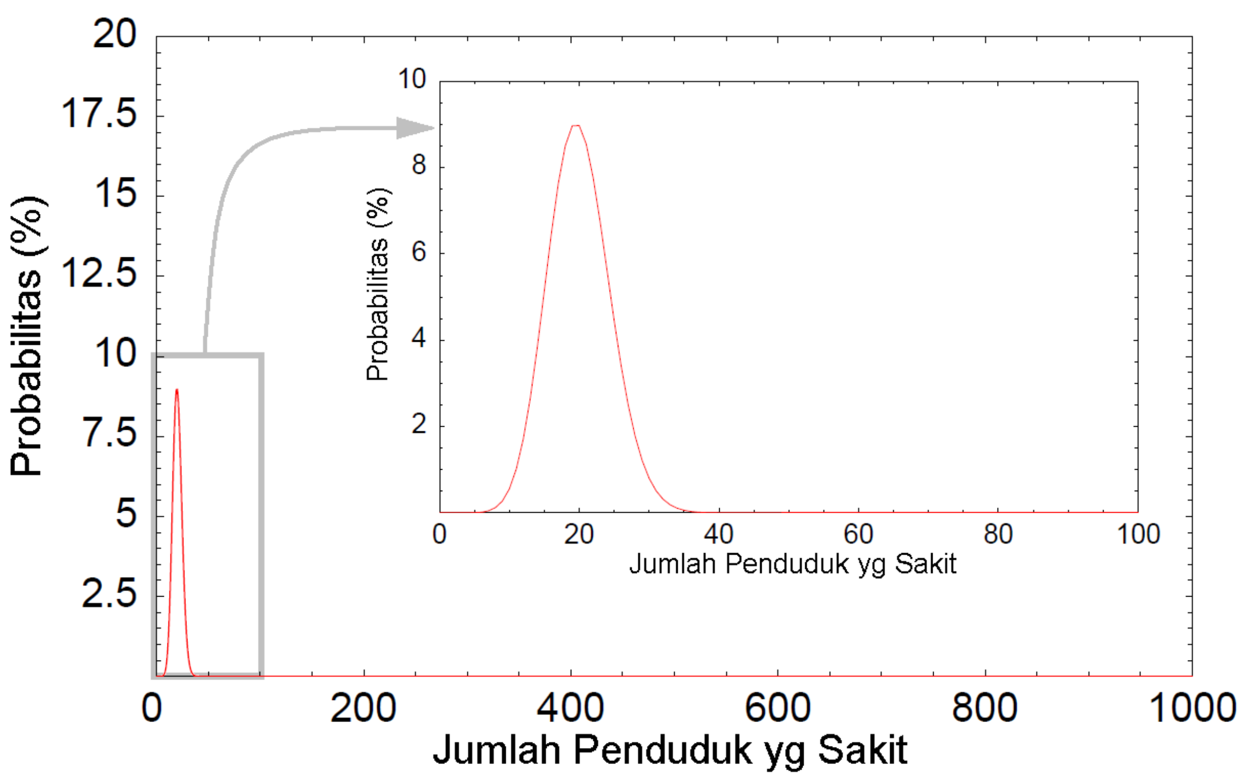
tidak ada penduduk kota A yang kena DBD?	$p(0) = ?$
hanya ada 1 orang di kota A yang kena DBD?	$p(1) = ?$
hanya ada 2 orang di kota A yang kena DBD?	$p(2) = ?$
... ...	...
semua orang yang ada di kota A terkena DBD?	$p(1000) = ?$

Inilah fungsi utama dari cabang ilmu "probabilitas dan statistika", yaitu untuk menjabarkan ketidakpastian secara eksplisit dalam bentuk angka-angka kuantitatif yang konkret. Tanpa pertanyaan yang sesuai, keampuhan cabang ilmu ini tidak akan terangkat secara efektif. Pelajaran yang bisa kita petik: *pertanyaan seputar probabilitas harus benar-benar terarah.*

Untuk yang senang hitung-hitungan matematika, nilai dari tiap-tiap probabilitas tadi bisa dihitung secara sistematik seperti berikut (dalam kasus ini $N = 1000$):

$p(0) = (98\%)^N = (98\%)^{1000}$
$p(1) = 1000 \times (2\%)\,(98\%)^{N-1} = 1000 \times (2\%)\,(98\%)^{999}$
$\ldots$
$p(n) = \binom{N}{n}\ (2\%)^n\ (98\%)^{N-n} = \frac{N!}{n!\ (N-n)!}\ (2\%)^n\ (98\%)^{N-n}$
$\ldots$
$p(999) = 1000 \times (2\%)^{N-1}\,(98\%) = 1000 \times (2\%)^{999}\,(98\%)$
$p(1000) = (2\%)^N = (2\%)^{1000}$

yang kalau ingin ditampilkan semua secara sekaligus dalam bentuk grafik, maka hasilnya akan terlihat seperti gambar di bawah ini (dengan *zoom* antara 0 dan 100):



Lalu, berapakah $p(0) + p(1) + p(2) + \ldots + p(1000)$? Karena mustahil bahwa ada lebih dari total 1000 orang di kota A yang terkena DBD, maka dalam hal ini lumayan jelas bahwa $p(0) + p(1) + p(2) + \ldots + p(1000) = 100\%$. Memang terdengar sepele, tapi jangan pernah dilupakan: *total nilai probabilitas dari semua kemungkinan yang ada akan berjumlah 100%.* Prinsip ini adalah sebuah cara yang paling minimal (tapi jitu) untuk mengecek apakah intuisi atau hitungan probabilitas kita sudah benar. Sering-seringlah menggunakannya.

Bermain Dadu: Berani Taruhan?

Contoh berikutnya datang dari permainan dadu. Supaya ada keseriusan soal menang dan kalah, kita sengaja akan membahas permainan dadu yang ada taruhannya. Tak dapat lagi memandang hal ini sebelah mata sebagai “hanyalah sebuah permainan”, maka kita harus memperkirakan nilai-nilai probabilitas dengan sebaik-baiknya. Begini permainan dadunya:

> *Pertama-tama, taruhannya adalah uang sejumlah \$10. Kalau menang, berarti anda dapat* $\$10 + \$10 = \$20$. *Dalam permainan ini, 2 buah dadu akan diputar bersamaan. Anda menang jika angka yang keluar adalah “double-6”. Berapakah probabilitas anda untuk menang dalam taruhan ini apabila:*
>
> *(1) diberi 1 kali kesempatan memutar dadu?*
> *(2) diberi 18 kali kesempatan memutar dadu?*
> *(3) diberi 24 kali kesempatan memutar dadu?*
>
> *Untuk yang kesempatan putarannya* > 1 *kali, tidak semuanya harus “double-6”; asalkan sekali saja dapat “double-6”, maka sudah cukup untuk syarat menang.*

Yang benar-benar diuji di sini adalah kemampuan kita untuk membuat perkiraan akurat mengenai besarnya probabilitas kemenangan atau kegagalan dalam berbagai macam situasi.

Mari kita mulai dahulu dengan intuisi. Untuk yang kesempatan putarannya hanya satu kali saja, ada 36 macam total kemungkinan ketika 2 buah dadu dilempar secara bersamaan. Sementara, hanya ada satu kasus “*double*-6” dari total 36 kemungkinan ini:

		Dadu No.2					
		1	2	3	4	5	6
Dadu No.1	1	✘	✘	✘	✘	✘	✘
	2	✘	✘	✘	✘	✘	✘
	3	✘	✘	✘	✘	✘	✘
	4	✘	✘	✘	✘	✘	✘
	5	✘	✘	✘	✘	✘	✘
	6	✘	✘	✘	✘	✘	✔

Dalam hal ini, probabilitas menang adalah $^1/_{36} \approx 2.8\%$. Secara intuitif, jelas sekali bahwa kita akan rugi besar kalau ikut taruhan ini. Lalu, bagaimana halnya dengan yang kesempatan putarannya lebih dari satu kali? Berapakah probabilitas untuk menang dalam taruhan ini?

18 kali memutar dadu ☞ intuisi kebanyakan orang adalah sekitar 50%-50%
24 kali memutar dadu ☞ intuisi kebanyakan orang: prob. menang $> 50\%$

Akan tetapi, apa sebenarnya jawaban yang benar? Untuk itu kita harus menanggalkan intuisi dan mulai menghitung angka probabilitas dengan cermat dan hati-hati. Sebagai pembuka, ada sebuah kabar gembira: intuisi kita mengenai besarnya probabilitas menang untuk putaran 2 dadu secara bersamaan (satu kali putaran saja) ternyata sudah benar:

$$\text{prob}\begin{pmatrix}\text{keluar } \textit{double}\text{-6}\\ \text{sekali putar}\end{pmatrix} = \frac{1}{36}$$

Besarnya probabilitas untuk kalah taruhan dalam hal ini tentunya lumayan jelas:

$$\text{prob}\begin{pmatrix}\text{tidak keluar } \textit{double}\text{-6}\\ \text{dalam sekali putar}\end{pmatrix} = \frac{35}{36}$$

Tidak begitu mengejutkan. Lalu, bagaimana dengan yang kesempatan putarannya 18 kali? Bagaimana dengan yang 24 kali? Apakah besarnya probabilitas menang juga sesuai intuisi?

Untuk sementara, kita akan tinggalkan yang kesempatan putaran dadunya 18 kali. Kita akan langsung membahas yang kesempatan putaran dadunya 24 kali, karena cara untuk menghitungnya sangat mirip. Pertanyaan yang perlu kita cari jawabnya sekarang adalah: *setelah 24 kali putaran ini, berapakah probabilitas bahwa pada akhirnya "double-6" pernah keluar setidaknya satu kali?*

Pertama-tama, kita perlu sedikit inspirasi dari yang putaran dua dadunya hanya sekali saja:

$$\text{prob}\begin{pmatrix}\text{keluar } \textit{double}\text{-6}\\ \text{sekali putar}\end{pmatrix} + \text{prob}\begin{pmatrix}\text{tidak keluar } \textit{double}\text{-6}\\ \text{dalam sekali putar}\end{pmatrix} = 100\%$$

Total probabilitas dari semua kemungkinan yang ada akan berjumlah 100%, betul bukan? Sekarang, untuk yang kesempatan putaran dadunya sebanyak 24 kali:

$$\text{prob}\begin{pmatrix}\text{setidaknya satu } \textit{double}\text{-6}\\ \text{setelah 24 kali putaran}\end{pmatrix} + \text{prob}\begin{pmatrix}\text{tak ada } \textit{double}\text{-6 sama sekali}\\ \text{setelah 24 kali putaran}\end{pmatrix} = 100\%$$

Probabilitas yang ingin kita cari (yang sebelah kiri) lumayan sulit untuk dihitung langsung. Akan tetapi, yang sebelah kanan kelihatannya agak lebih mudah untuk kita hitung:

$$\text{prob}\begin{pmatrix}\text{tak ada } \textit{double}\text{-6 sama sekali}\\ \text{setelah 24 kali putaran}\end{pmatrix} = \left(\frac{35}{36}\right)^{24}$$

Setelah itu, besarnya nilai probabilitas yang ingin kita cari tadi bisa dihitung seperti ini:

$$\text{prob}\begin{pmatrix}\text{setidaknya satu } \textit{double}\text{-6}\\ \text{setelah 24 kali putaran}\end{pmatrix} = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^{24} \approx 49.1\%$$

Sudah dulu. Kita akan lompati hitung-hitungan matematika lainnya yang masih tersisa. Langsung saja, berikut adalah sebuah rangkuman dari hasil perhitungan tentang berapa besarnya nilai-nilai probabilitas untuk permainan dadu kita:

☞ probabilitas *double*-6 , dua dadu diputar bersamaan 1 kali = $^1/_{36} \approx 2.8\,\%$
☞ probabilitas dapat (setidaknya satu) *double*-6 , 18 kali putaran $\approx 39.8\,\%$
☞ probabilitas dapat (setidaknya satu) *double*-6 , 24 kali putaran $\approx 49.1\,\%$
☞ probabilitas dapat (setidaknya satu) *double*-6 , 25 kali putaran $\approx 50.6\,\%$

Sekali lagi kita saksikan: seputar perkara probabilitas, intuisi manusia melenceng cukup jauh dari jawaban yang tepat. Dalam versi yang menggunakan 24 kali putaran, probabilitas untuk menang ternyata hanya 49.1% ($<$ 50%). Nilai ini jauh lebih kecil dibandingkan dengan intuisi kebanyakan orang yang mengira bahwa probabilitas untuk menang adalah $>$ 50%.

Satu pelajaran dari sini: pengelola pusat perjudian yang lihai akan menyajikan berbagai permainan yang probabilitas menangnya sedikit di bawah 50%. Dengan demikian, akan ada banyak orang yang menang ($\approx$ 50%) dan ada banyak juga yang kalah ($\approx$ 50%). Namun, meskipun dengan selisih yang amat tipis, jumlah orang yang kalah akan tetap lebih banyak. Jika tidak demikian, maka pusat perjudian tersebut akan bangkrut secara sistematik.

Permainan *Monty Hall Game*

Contoh berikutnya lebih dikenal luas dengan nama "*Monty Hall Game*" karena sebuah alasan historis. Dengan cita rasa yang sedikit berbau Indonesia, kira-kira beginilah aturan main dari "*Monty Hall Game*" berbunyi . . .

> *ada tiga kotak tertutup: dua kotak isinya daun dan satu lagi berisi hadiah uang (saya tahu $$$ di mana, tapi anda tidak tahu)*
>
> *anda dipersilakan untuk memilih satu kotak (berusaha untuk mendapatkan $$$), tapi kotaknya jangan dibuka dahulu*
>
> *setelah anda memilih, lalu saya akan bukakan salah satu kotak (dari dua sisanya) yang saya tahu bahwa isinya adalah daun*
>
> *sekarang anda harus memutuskan: tetap pada kotak pilihan anda yang pertama tadi, atau pindah pilihan ke kotak yang satu lagi*

Kita barangkali mengira bahwa kemungkinan untuk mendapatkan hadiah *$$$* sekarang adalah 50%-50%, karena satu kotak yang isinya daun sudah ketahuan. Kebanyakan orang secara intuitif akan mengatakan "tetap sama saja apakah saya pindah pilihan atau tidak".

Yang mengejutkan di sini adalah: *dengan pindah pilihan, kemungkinan anda untuk menang hadiah $$$ akan menjadi dua kali lipat dibandingkan dengan apabila anda tetap tinggal pada kotak pilihan yang pertama.*

Dengan kata lain, beginilah kenyataannya:
☞ tetap pada pilihan pertama, maka probabilitas menang = 1/3
☞ jika pindah pilihan, maka probabilitas untuk menang = 2/3
N.B. *Untuk menghemat tenaga, di sini kita tidak akan jelaskan mengapa.*

Begitu tidak intuitifnya hal ini, sampai-sampai orang yang bisa hitung-hitungannya pun bisa kesulitan untuk percaya. Meskipun saya tahu persis bahwa nilai-nilai probabilitas ini benar dan akurat (bisa diuji lewat eksperimen), perlu waktu yang lumayan lama agar lubuk hati yang terdalam bisa tenang menerima kenyataan ini. Ada banyak penjelasan teknis dan juga adaptasi populer tentang "*Monty Hall Game*", tapi penjelasan/pembuktian yang sangat efektif dan praktis lewat eksperimen bisa disaksikan di acara televisi *BBC Horizon* dalam salah satu episodenya yang berjudul "*Go Forth and Multiply*". Silakan ditonton untuk memuaskan rasa keingintahuan anda.

Pura-pura Lempar Koin

Pernahkah anda diberi tugas pekerjaan rumah oleh guru matematika dari sekolah, untuk melempar koin beberapa ratus kali dengan hasil tiap lemparannya (*angka/gambar*) dicatat dan dilaporkan pada keesokan harinya? Dari sekian banyak murid yang mendapat tugas ssperti ini, pastilah ada yang ingin berbuat curang dengan hanya "mengarang" hasil dari lemparan-lemparan koin ini. Akan tetapi, ternyata relatif mudah untuk menangkap siapa saja murid-murid curang yang melakukan rekayasa tanpa benar-benar melaksanakan tugas melempar koin. Mengapa?

Sebabnya lagi-lagi adalah: pikiran manusia sangat payah dalam mengintuisikan keacakan. Ketika kita mencoba merekayasa sebuah deret acak, hasilnya (yang kita kira adalah acak) sebenarnya sangat jauh dari sebuah deret acak sejati. Semakin panjang deret acak ini (misalnya hasil lemparan koin 200 kali) maka akan semakin mudah untuk melihat mana yang hasil rekayasa manusia dan mana yang benar-benar deret acak. Untuk kemudahan penulisan, kalau *angka* kita akan tulis "+" dan kalau *gambar* kita tulis "−" sebagai simbolnya.

Lalu bagaimana cara untuk mengenali deret acak hasil rekayasa orang yang pura-pura melempar koin 200 kali? Salah satu cara yang paling cepat dan sederhana: periksa apakah 6 angka berturut-turut "+ + + + ++" atau 6 gambar berturut-turut "− − − − − −" ada di dalam deretan $+/-$ yang panjangnya 200 ini. Kalau sama sekali tidak ada "$++++++$" atau "$------$" satu pun, maka kemungkinan besar ini adalah suatu deret $+/-$ hasil rekayasa manusia. Untuk 200 deret $+/-$ yang benar-benar acak, hampir dapat dipastikan (prob $> 95\%$) bahwa setidaknya akan ada satu rentetan "$++++++$" atau "$------$" yang terjadi. *Teramat-sangat tak intuitif.* Seorang pemalsu data yang amatir biasanya tak dapat mengira bahwa beginilah sifat deret acak yang sebenarnya.

Untuk yang senang hitung-hitungan matematika, kalau ada sebuah deret acak $+/-$ yang panjangnya 200 seperti berikut ini:

$$\overset{\longleftarrow\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\;200\;-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!\longrightarrow}{\square\ \square\ \square\ \square\ \ldots\ \ldots\ \underbrace{?\ ?\ ?\ ?\ ?\ ?}_{\text{[satu blok berukuran 6]}}\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \square\ \square\ \square\ \square\ \square}$$

. . . maka banyaknya kemungkinan posisi untuk satu blok berukuran 6 adalah $200 - 5 = 195$.

Di setiap blok berukuran 6, prob(++++++) = prob(- - - - - -) $= \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64}$, yang secara otomatis membuat probabilitas gabungan keduanya adalah $2 \times \frac{1}{64} = \frac{1}{32}$. Dengan demikian, probabilitas untuk *tidak* terjadinya "$++++++$" atau "$------$" di salah satu blok berukuran 6 adalah $1 - \frac{1}{32} = \frac{31}{32}$.

Sekarang, berapakah probabilitas bahwa tak ada "$++++++$" ataupun "$------$" sama sekali di deretan acak $+/-$ yang panjangnya 200 ini? Di dalam suatu deretan yang panjangnya 200, terdapat 195 macam kemungkinan posisi untuk satu blok berukuran 6. Kalau semua posisi ini tidak ada yang berisi "$++++++$" maupun "$------$", berarti probabilitasnya adalah $\left(\frac{31}{32}\right)^{195}$.

Jangan lupakan pelajaran kecil yang telah kita petik dari beberapa contoh sebelumnya:

$$\text{prob}\begin{pmatrix}\text{sama sekali tak ada blok}\\ \text{++++++ atau - - - - - -}\\ \text{di deret yg panjangnya 200}\end{pmatrix} + \text{prob}\begin{pmatrix}\text{setidaknya ada satu blok}\\ \text{++++++ atau - - - - - -}\\ \text{di deret yg panjangnya 200}\end{pmatrix} = 100\%$$

Kita tahu bahwa yang sebelah kiri besarnya adalah $\left(\frac{31}{32}\right)^{195}$ karena ini baru saja kita hitung. Berarti besarnya probabilitas yang sebelah kanan bisa kita langsung temukan:

$$\text{prob}\begin{pmatrix}\text{setidaknya ada satu blok}\\ \text{++++++ atau - - - - - -}\\ \text{di deret yg panjangnya 200}\end{pmatrix} = 1 - \left(\frac{31}{32}\right)^{195} \approx 99.8\%$$

Kini lebih jelas lagi vonisnya. Untuk lemparan koin sebanyak 200 kali:

> *besar sekali kemungkinannya (prob $\approx$ 99.8%) bahwa setidaknya ada satu kejadian 6 angka berturut-turut atau 6 gambar berturut-turut.*
>
> *kecil sekali kemungkinannya (prob $\approx$ 0.2%) bahwa sama sekali tidak ada kejadian 6 angka berturut-turut atau 6 gambar berturut-turut.*

Keluarnya *6 angka* atau *6 gambar* berturut-turut dalam sebuah deret acak, biar bagaimanapun, akan sulit untuk dapat dibayangkan oleh pemalsu data yang naif. Dengan memeriksa pola-pola seperti ini, data bohongan hasil rekayasa manusia akan mudah sekali ketahuan.

Pura-pura Lempar Koin (Lagi)

Apakah secara tidak sadar kita telah menolong para pemalsu data untuk menutup-nutupi kecurangan mereka? Mengikuti contoh yang baru saja kita bahas, sekarang sejumlah deretan *6 angka* atau *6 gambar* bisa saja mereka selipkan ke dalam rekayasa hasil lemparan koin. Akibatnya, akan semakin sulit bagi kita untuk mendeteksi mana yang hasil rekayasa dan mana yang benar-benar acak.

Ternyata tidak demikian. Otak manusia pada umumnya tidak mampu mengintuisikan keacakan secara spontan dengan baik. Oleh karenanya, suatu deret $+/-$ hasil rekayasa manusia akan tetap jauh dari sifat acak yang sebenarnya. Perihal lemparan koin, apa saja sifat-sifat acak sejati yang sulit sekali untuk ditiru oleh intuisi otak manusia?

Pertama, mari kita perhatikan suatu deret acak $+/-$ yang total panjangnya N seperti ini:

$$\longleftarrow\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\; N \;-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!\longrightarrow$$
$$++---+-++-+\;\ldots\ldots\ldots\;++---+--++-$$

Karena probabilitas untuk "+" dan "−" masing-masing adalah ½, maka tiap $\{+,-\}$ kurang lebih akan sama jumlahnya. Tidak hanya itu, tiap $\{++\,,+-\,,-+\,,--\}$ kurang lebih juga harus sama jumlahnya. Tiap $\{+++\,,++-\,,+-+\,,\ldots,-+-\,,--+\,,---\}$ kurang lebih juga harus sama jumlahnya. Begitu seterusnya, selama ukuran blok tersebut (4, 5, 6, ...) masih cukup kecil jika dibandingkan dengan N.

Jadi, sulit sekali untuk merekayasa deret $+/-$ acak hanya dengan intuisi. Supaya sifat statistik dari data hasil rekayasa akan terlihat mirip dengan data yang memang acak, harus dipastikan bahwa banyaknya berbagai kombinasi yang mungkin (dan juga sub-kombinasinya) sudah benar-benar berimbang dan hampir sama jumlahnya.

Dengan kata lain, untuk deret acak $+/-$ yang panjangnya N, perbandingan frekuensi relatif kejadian dari semua kombinasi yang ada kurang lebih harus seperti ini:

$$\left.\begin{array}{c} + \\ - \end{array}\right\} = \frac{N}{2} : \frac{N}{2}$$

$$\left.\begin{array}{c} ++ \\ +- \\ -+ \\ -- \end{array}\right\} = \frac{N}{4} : \frac{N}{4} : \frac{N}{4} : \frac{N}{4}$$

$$\left.\begin{array}{c} +++ \\ ++- \\ \ldots \\ --+ \\ --- \end{array}\right\} = \frac{N}{8} : \frac{N}{8} : \ \ldots \ : \frac{N}{8} : \frac{N}{8}$$

$$\left.\begin{array}{c} ++++ \\ +++- \\ ++-+ \\ \ldots \\ --+- \\ ---+ \\ ---- \end{array}\right\} = \frac{N}{16} : \frac{N}{16} : \frac{N}{16} : \ \ldots \ : \frac{N}{16} : \frac{N}{16} : \frac{N}{16}$$

dan begitulah seterusnya ...

Akan melelahkan sekali untuk “mengarang” suatu deret acak secara spontan, kemudian harus memastikan bahwa sifat-sifat statistik di atas terpenuhi semua. Kalau tidak punya komputer atau tidak bisa *programming*, akan jauh lebih mudah untuk berbuat jujur saja dan melempar koin ratusan kali seperti ditugaskan.

Komputer bisa menghasilkan deret acak yang sifat-sifat statistiknya jauh lebih baik dari hasil intuisi manusia. Berikut ini adalah sebuah contoh deret acak $+/-$ sepanjang 500 yang telah dihasilkan oleh sebuah program komputer:

```
++++-+-+-+-+----+---+--+++++++-+-+--+++-++++-----+
+-+-+++---+++-+++-+-++-++----++++++--+----++++--+-
+-----+----+-+---+++--++----+++-++--++-------+-+++
+------+++++++++--+++++-+-+-++-+++++--+-++-----+--
```

++----+-+---+--+++---++-+-++---+-++-++-++---+---++

+-++++-+++++++++---+---+-+++++-++-+---+-++-+++--+-

--+--+---++++-++---+---++++-+-+--++-+-+-+++--+-+-+

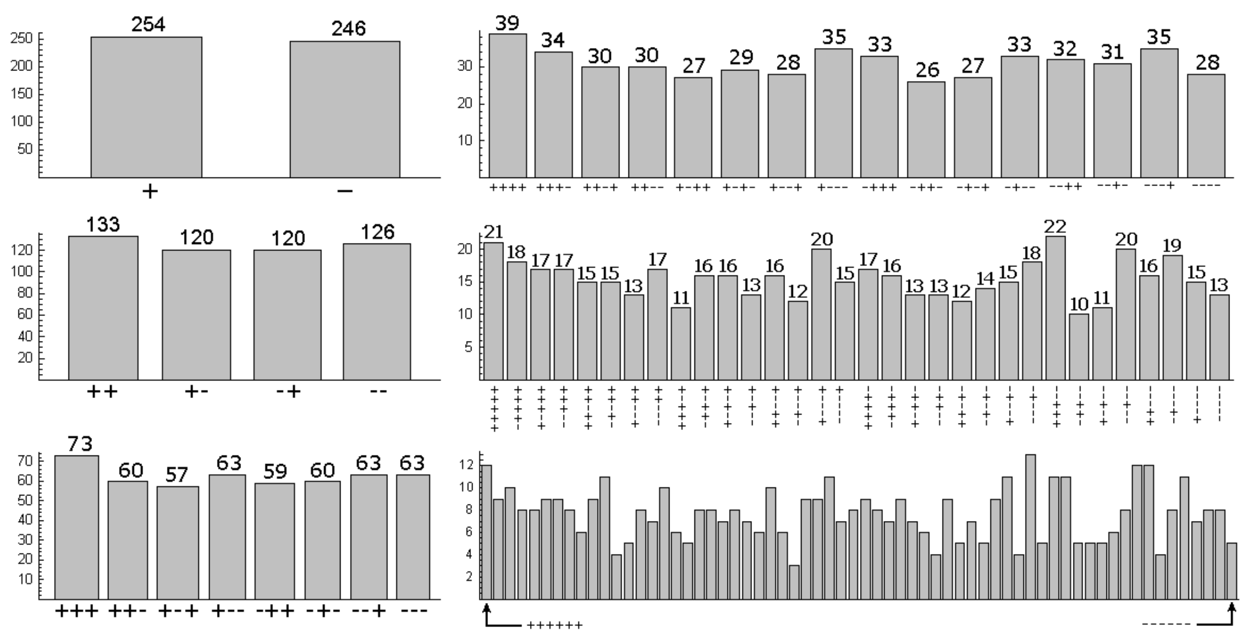
+-++-------++++-----+-+----+-+--+++---+---+--+++-+

--++-++-+-+++--+--+---+++--+---+++++-++--++++++-+-

+--+--++--+++-----++--+--+---++-+--++++-+--+++-+-+

Meski hanya *pseudorandom*, deretan ini sangat mendekati hasil lemparan koin secara acak. Karena panjangnya 500, di sini kita bisa saksikan bahwa ternyata yang muncul tidak hanya “+++++++”, tapi juga ada “++++++++” dan bahkan “+++++++++”. Hal-hal yang secara intuitif sangat tidak mungkin terjadi dalam sebuah proses acak, ternyata terjadi juga kalau proses acak ini sangat panjang atau berulang-ulang. Barangkali salah seorang leluhur kita dahulu yang pertama kali membuat kata pepatah “*tidak ada hal yang tak mungkin*” adalah seorang ahli statistika ? Ha ha ha ha ha.

Lalu, bagaimanakah sifat-sifat statistik dari deret acak yang dihasilkan oleh komputer? Untuk deret acak di atas, berikut adalah sebuah histogram yang menggambarkan frekuensi relatif kejadian dari tiap kombinasi yang mungkin (sampai dengan blok berukuran 6):



Kita saksikan bahwa untuk setiap kombinasi yang mungkin, frekuensi relatif kejadiannya adalah kurang lebih sama dan berimbang. Kalau punya waktu dan tenaga, silakan dicoba dan dicek sendiri kebenarannya. Selamat bermain koin!

Kata Penutup

Melihat contoh-contoh yang telah kita bahas di atas, lambat laun mulai terasa bahwa "*probabilitas*" sebenarnya adalah konsep yang tidak intuitif sama sekali. Dengan hanya menggunakan naluri, perkiraan kita tentang besarnya nilai probabilitas dari suatu kejadian sering meleset jauh dari probabilitas yang sebenarnya (misal: mendapatkan *double-6* pada permainan dadu & menentukan pilihan di *Monty Hall Game*). Intuisi kita tentang sifat-sifat acak dari hasil lemparan koin ternyata juga tidak akurat. Oleh karena itu, kalau hanya dengan otak-kertas-pensil, memalsukan sebuah deret acak dari hasil lemparan koin akan hampir mustahil bagi kita. Betapa tak intuitifnya probabilitas!

Otak manusia memang terbukti sub-optimal dalam mencerna situasi yang melibatkan probabilitas dan keacakan, meskipun konsep-konsep tersebut telah diajarkan di sekolah sejak tingkat SD-SMP-SMA. Karena tampaknya sia-sia, lalu apakah materi pelajaran probabilitas dan statistika masih diperlukan di sekolah? Jawabnya adalah: ya, tetap sangat diperlukan. Tanpa pengenalan konsep-konsep probabilitas dari sedini mungkin, kita akan semakin tidak sadar terhadap tidak intuitifnya konsep probabilitas. Karena lemahnya naluri alamiah kita di seputar probabilitas, penanaman prinsip logis/analitis yang dapat dijadikan patokan justru semakin dibutuhkan oleh para siswa di jenjang pendidikan mereka.

Daftar Pustaka

[1] British Broadcasting Corporation (2009), *Go Forth and Multiply*, BBC Horizon.
Short Video Segment URL http://www.youtube.com/watch?v=o_djTy3G0pg
(last accessed online 19 January 2013)

[2] T.P. Hill (1999), *The Difficulty of Faking Data*, Chance Magazine **12**(3) 27–31.

[3] Public Broadcasting Service (2010), *How Risky is Flying?*, PBS NOVA.
Web Summary URL http://www.pbs.org/wgbh/nova/space/how-risky-is-flying.html
(last accessed online 19 January 2013)